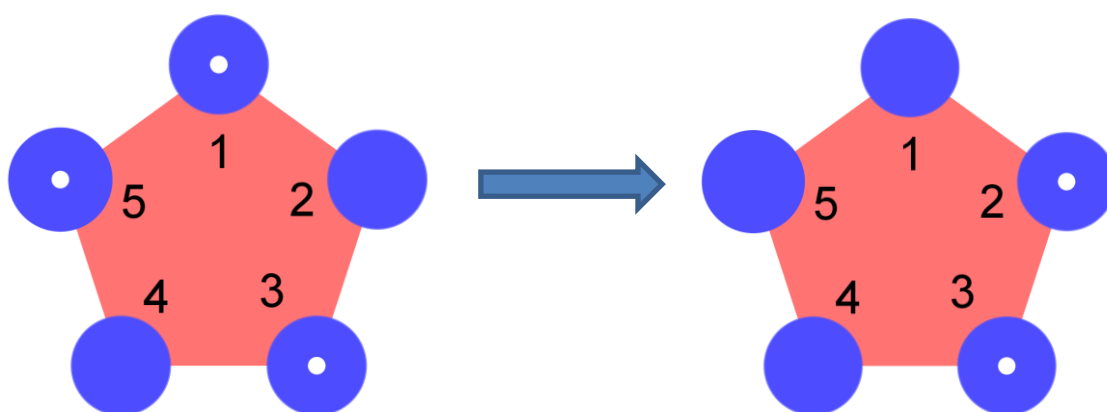


Mathe Café

Jeden Dienstagmittag
im Spielekeller

Aufgabe des Monats

März 2019



An den Ecken eines regelmäßigen Fünfecks befinden sich blaue Felder, die entweder einen weißen Kieselstein enthalten oder nicht.

Ein Spielzug besteht darin, dass ein Stein entfernt wird und gleichzeitig die beiden Nachbarfelder „umgepolt“ werden, d.h. ein besetztes Nachbarfeld wird geleert und ein leeres Nachbarfeld wird mit einem Stein besetzt.

In der obigen Abbildung wurde zum Beispiel der Stein aus Feld 1 entfernt und die Felder 2 und 5 umgepolt.

1. Zu Beginn ist genau ein einzelnes Feld besetzt. Gib eine möglichst kurze Zugfolge an, an deren Ende alle Felder leer sind.
2. Löse die gleiche Aufgabe für ein Siebeneck.
3. Begründe, warum die Aufgabe für ein Dreieck nicht lösbar ist.
4. Untersuche für weitere natürliche Zahlen n (z.B. $n = 4, 6, 8, \dots$) ob die Aufgabe für ein n -Eck lösbar ist. Gib entweder eine Zugfolge für die Lösung an oder eine Begründung, warum es keine Lösung gibt.
5. (Für Anspruchsvolle) Formuliere und beweise eine allgemeine Aussage, für welche natürlichen Zahlen n die Aufgabe lösbar ist.

(Die Quellenangabe der Aufgabe erfolgt bei der Auflösung.)